

PGS.TS. NGUYỄN TẤT ĐẮC

Kinh Taty  
Tác giả: 

***Mô hình toán***  
**CHO DÒNG CHẢY**  
**VÀ CHẤT LƯỢNG NƯỚC**  
**TRÊN HỆ THỐNG KÊNH SÔNG**

NHÀ XUẤT BẢN NÔNG NGHIỆP  
Tp. Hồ Chí Minh - 2005

## LỜI NÓI ĐẦU

**V**iệt Nam có hơn 3000 km bờ biển và một hệ thống sông ngòi chằng chịt phân bố trên hai đồng bằng chính là đồng bằng Bắc bộ và Đồng bằng sông Cửu long. Hầu hết các sông kênh đều chịu ảnh hưởng của thủy triều. Hàng năm, về mùa khô, chua mặn gây thiệt hại lớn cho nông nghiệp và nuôi trồng trên hai vùng đồng bằng. Vì vậy năm vũng qui luật truyền triều, xâm nhập mặn và chua phèn trên mạng lưới sông, đồng ruộng là một yêu cầu cấp thiết trong sản xuất nông nghiệp nói riêng và xây dựng kinh tế nói chung trên hai vùng đồng bằng.

Mặt khác, cùng với sự phát triển rất nhanh các khu công nghiệp, dân cư và tốc độ gia tăng nhanh về phát triển dân số, lượng nước thải chưa được xử lý xả trực tiếp vào hệ thống kênh sông gây ra tình trạng ô nhiễm trầm trọng cho môi trường nước.

Ngày nay, với sự phát triển của như vũ bão của kỹ thuật tin học, việc hoàn thiện các thể hệ máy tính cá nhân và việc hoàn thiện phương pháp số, mô hình thủy động lực học số trị đã và đang là một công cụ hữu hiệu trong việc quản lý và khai thác nguồn nước.

Tập sách chuyên khảo này giới thiệu cách phân tích, xây dựng một mô hình thủy động lực học số trị thích hợp với các điều kiện khai thác ở Việt Nam, sao cho có thể mô phỏng quá trình truyền triều, lũ lụt, xâm nhập mặn và chất lượng nước trên hệ thống kênh sông đồng ruộng dưới các điều kiện sử dụng nước khác nhau.

Trong tập sách tập trung phân tích, giới thiệu các thử nghiệm số và có xem xét khả năng dễ dàng lập trình của mô hình được xây dựng và tính dễ dàng, kinh tế cho quá trình khai thác sử dụng.

Những kiến thức giới thiệu trong tập sách này là nội dung khoa học cơ bản của luận văn tiến sĩ của tác giả bảo vệ năm 1987 và những kinh nghiệm thực tiễn và lý luận được đúc kết trong quá trình áp dụng mô hình của tác giả cho nhiều dự án quy hoạch sử dụng nước trên Đồng bằng sông Cửu Long và chất lượng nước cho hệ thống sông Sài Gòn-Dồng Nai.

Để xây dựng một mô hình thủy động lực học số trị (đôi khi cũng hiểu là mô hình thủy lực) cho đến khi có thể áp dụng cho các bài toán thực tiễn thường phải trải qua các bước sau đây:

- 1) *Lựa chọn hệ phương trình toán học (hay thủy động lực học) mô tả hiện tượng vật lý cần quan tâm (chẳng hạn cần mô tả dòng chảy và chất lượng nước trong hệ thống kênh sông).*
- 2) *Lựa chọn phương pháp số để giải hệ phương trình mô tả hiện tượng nêu trong bước 1, tương ứng với các điều kiện biên và điều kiện ban đầu nhất định. Vì để mô tả các hiện tượng thực tiễn, hệ phương trình nêu trong bước 1 hầu như không giải được chính xác mà phải tìm các thuật toán số để giải trên máy tính, vì thế mới có tên là mô hình số trị.*
- 3) *Lập trình trên máy tính để thực hiện thuật toán nêu trong bước 2.*

- 4) *Chọn một số ví dụ đơn giản để thử một số tính chất định tính của mô hình vừa xây dựng theo ba bước nêu trên. Chẳng hạn tính bảo toàn vật chất, tính đối xứng của nghiệm số nếu các điều kiện mô phỏng là đối xứng. Nếu chưa đạt được một số tính chất định tính thì phải xem lại ba bước nêu trên xem có điều gì chưa hợp lý trong từng bước.*

Nếu mô hình đã trải qua bốn bước trên thì về cơ bản có thể mang ra áp dụng để giải quyết các bài toán cụ thể. Việc áp dụng cũng tiếp tục trải qua hai bước dưới đây:

- 5) *Hiệu chỉnh mô hình (calibration): Thường trong các mô hình có chứa một số các tham số mà giá trị cụ thể của nó phụ thuộc vào từng bài toán cụ thể cần mô phỏng, chẳng hạn như hệ số nhám Manning trong mô hình thủy lực và hệ số phân tán (hay khuếch tán) trong mô hình chất lượng nước.*
- 6) *Kiểm định mô hình (verification): Đây là bước cuối trong việc xây dựng và áp dụng mô hình. Khi một mô hình đã trải qua bước 5 ta có được một bộ tham số, dùng bộ tham số này để tính cho một số trường hợp tương tự khác để khẳng định tính đúng đắn của bộ tham số đã lựa chọn.*

Một bộ mô hình đã trải qua sáu bước trên thường gọi là mô hình làm việc (operational model) và có thể yên tâm sử dụng để giải quyết các bài toán thực tiễn.

Với những người xây dựng mô hình thì tập trung vào bốn bước đầu, còn những người áp dụng mô hình thì chỉ cần tập

trung vào hai bước cuối.

Trong tập sách này tác giả không có tham vọng trình bày tất cả các bước mà chỉ tập trung chủ yếu vào hai bước đầu, các bước còn lại cũng sẽ được điểm qua theo kinh nghiệm của tác giả.

Tập sách gồm phần mở đầu, sáu chương, phần phụ lục và 76 tài liệu tham khảo:

**Chương 1:** Nhận xét về các mô hình thủy động lực học số trị về truyền triều và xâm nhập mặn và chất lượng nước trên hệ thống kênh sông .

Chương này nhằm điểm lại các mô hình thủy động lực học số trị và chất lượng nước hiện có. Phân tích ưu nhược điểm của từng mô hình, trên cơ sở đó đi đến xây dựng một mô hình được đề cập trong các chương sau.

**Chương 2:** Hệ phương trình cơ bản và các điều kiện ràng buộc.

Trong chương này giới thiệu cách thu nhận hệ phương trình cơ bản và có xem xét một số khía cạnh toán học của bài toán. Chương này tương ứng với bước 1 nêu trên.

**Chương 3:** Mô hình thủy lực số trị một chiều cho quá trình truyền triều trên hệ thống kênh sông .

Trong chương này tập trung phân tích các sơ đồ sai phân, các cách truy đuổi và trên cơ sở đó xây dựng một mô hình thủy lực riêng của tác giả, khắc phục được một số nhược điểm của các mô hình hiện có. Chương này tương ứng với bước 2 nêu trên.

**Chương 4: Mô hình một chiều về lan truyền mặn và chất lượng nước trên hệ thống kênh sông .**

Cũng như chương 3, chương này tập trung vào thử nghiệm số để chọn một sơ đồ khắc phục hiện tượng khuếch tán số. Tập trung khắc phục một số tồn tại của các sơ đồ khác, trên cơ sở đó xây dựng một mô hình truyền chất riêng của tác giả. Cách tính lan truyền chất qua công trình và trao đổi với các ô ruộng cũng được giải quyết trong mô hình. Đây cũng là bước 1 và 2 khi xây dựng mô hình chất lượng nước.

**Chương 5: Tính lan truyền chất hữu cơ trên mạng kênh sông.**

Chương này giới thiệu sơ lược những nguyên lý tính toán một số yếu tố đơn giản thường gặp trong mô hình chất lượng nước như BOD, DO,.. nhằm có những khái niệm.

**Chương 6: Một số ứng dụng**

Chương này giới thiệu qua một số kết quả sử dụng chương trình máy tính SAL của tác giả cho một số dự án trên đồng bằng sông Cửu Long, cụ thể là các phương án thoát lũ cho Đồng Tháp Mười trên nền của lũ 1996. Có thể coi chương này tương ứng một phần với bước 5, 6 nêu trên.

**Phụ lục:**

Trong phụ lục giới thiệu cấu trúc chương trình máy tính SAL của tác giả dùng để tính dòng chảy lũ, kiệt, triều mặn và chất lượng nước trên hệ thống kênh sông với điều kiện sử dụng nước khác nhau. Khả năng của chương trình, cách vào ra số liệu và một số khía cạnh kỹ thuật mô phỏng và lập trình cũng

*được giới thiệu trong phụ lục này. Đây là một phần của bước 3  
nêu trên.*

*Tác giả chân thành cảm ơn GS. TSKH. Nguyễn Văn Diệp,  
GS. TSKH. Nguyễn Ân Niên, các GS, PGS, Tiến sĩ và ban đồng  
nghiệp trong Viện Cơ học, Hội Cơ học chất lỏng và đặc biệt các  
kỹ sư và các cơ quan đã sử dụng chương trình SAL và đã có  
những phản hồi để tác giả hoàn thiện dần bộ chương trình này.*

*Tập sách được biên soạn lần đầu, chắc chắn không tránh  
khỏi khiếm khuyết, tác giả mong nhận được các góp ý và xin  
chân thành cảm ơn về sự góp ý của đồng nghiệp và bạn đọc gần  
xa.*

#### **Tác giả**

## **CHƯƠNG I**

### **CÁC MÔ HÌNH THỦY ĐỘNG LỰC HỌC SỐ TRI VỀ TRUYỀN TRIỀU VÀ XÂM NHẬP MẶN TRÊN HỆ THỐNG KÊNH SÔNG**

Trong nghiên cứu các quá trình thủy lực ta gặp ba loại mô hình hóa chủ yếu sau đây: Mô hình vật lý, mô hình tương tự điện và mô hình toán học. Mô hình vật lý khôi phục và dự báo bức tranh thủy lực theo tỷ lệ thu nhỏ của vùng nghiên cứu. Để có mô hình vật lý phải đầu tư thời gian, kinh phí, địa điểm xây dựng mô hình. Mô hình tương tự điện cũng cho bức tranh thủy lực nhưng trong một phạm vi hẹp hơn và thường là cho từng công trình cụ thể nhờ sự tương tự của các phương trình mô tả dòng điện, các phương trình mô tả dòng chảy và chủ yếu sử dụng cho các bài toán thấm. Hai loại mô hình này ít mềm dẻo và tốn kém, còn mô hình toán học, nhờ tính mềm dẻo và kinh tế, nó thích ứng cho nhiều bài toán với các kích cỡ khác nhau, điều kiện khác nhau, thời gian khác nhau, đặc biệt là các bài toán về quy hoạch và thiết kế. Trong những năm gần đây, nhờ sự hoàn thiện của các thế hệ máy tính, đặc biệt là máy tính cá nhân, công nghệ thông tin và công nghệ thông tin địa lý (GIS), mô hình toán học đã là một công cụ đắc lực cho các nhà quy hoạch và quản lý nguồn nước.

Trong khuôn khổ một mô hình toán học, để mô phỏng một quá trình thủy lực trên hệ thống kênh sông, người ta thường sử dụng các phương trình bảo toàn khối lượng và bảo

toàn động lượng. Việc giải các phương trình này đòi hỏi các thông số về địa hình, khí tượng thủy văn và điều kiện tại các biên. Các thông tin đưa ra của mô hình là các đặc trưng thủy lực cần cho các mục tiêu quy hoạch quản lý nguồn nước (chẳng hạn mực nước, lưu lượng, vận tốc, phân bố dòng chảy, các đặc trưng trung bình, ...)

Để mô phỏng quá trình lan truyền chất (độ mặn, độ nhiễm bẩn, ...) người ta giải phương trình tải – khuếch tán (bao gồm các thành phần đối lưu, khuếch tán hoặc phân tán, nguồn bổ xung, nguồn tiêu tán,...) để tìm sự phân bố nồng độ trong dòng chảy.

Một số mô hình xem quá trình thủy lực và quá trình lan truyền chất là một thể thống nhất /22,29/, do đó, trong trường hợp một chiều, phải giải đồng thời ba phương trình vi phân đạo hàm riêng (hai phương trình bảo toàn khối lượng và một phương trình bảo toàn động lượng ở dạng vectơ). Nhưng phần lớn các mô hình xem quá trình lan truyền chất là hệ quả và bô qua tác động của nó đến quá trình thủy lực, từ đó dẫn tới xử lý hai quá trình riêng biệt:

- ✧ **Quá trình thủy lực:** Xử lý phương trình bảo toàn chất lỏng và phương trình bảo toàn động lượng của chất lỏng.
- ✧ **Quá trình lan truyền chất:** Xử lý phương trình bảo toàn chất lan truyền khi đã biết các đặc trưng thủy lực của dòng chảy.

Nếu không kể trực thời gian thì các quá trình thực đều xảy ra trong không gian ba chiều. Tuy nhiên các mô hình toán học ba chiều đòi hỏi một khối lượng lớn tính toán và nhiều thông tin

ban đầu, đặc biệt là thông tin về địa hình, vì thế loại mô hình này còn ít được chú ý tới khi giải quyết các bài toán thực tế trên phạm vi rộng. Các mô hình một chiều, hai chiều tuy đơn giản hơn, nhưng dễ thu thập số liệu cho mô phỏng, khối lượng tính toán ít hơn, kinh tế hơn và vẫn đáp ứng được các yêu cầu của thực tiễn. Đặc biệt trong việc mô phỏng dòng chảy và quá trình lan truyền chất trên hệ thống kênh sông, mô hình một chiều vẫn có thể giải đáp được một lớp rông các câu hỏi của thực tiễn, lại kinh tế, cho nên được phát triển khá mạnh.

Việc xây dựng một mô hình toán học thường bao gồm các bước: Thiết lập hệ phương trình cơ bản, thiết lập điều kiện biên, điều kiện đầu, xác định các thông số vật lý có mặt trong mô hình, tìm cách giải hệ phương trình đã được thiết lập (số hoặc giải tích). Nghiệm giải tích chỉ có được trong một số trường hợp đơn giản và rất hiếm. Sự khác nhau chủ yếu của các mô hình, một phần ở việc xác định các thông số vật lý, nhưng phần lớn là thuật toán giải trên máy tính hệ phương trình đã được thiết lập. Sau khi đã có thuật toán là việc lập trình cho máy tính. Tính thử nghiệm để kiểm tra định tính một số tính chất vật lý như bảo toàn, đối xứng.

Việc đưa ra các điều kiện biên và điều kiện ban đầu là do yêu cầu về mặt toán học để cho bài toán có thể giải được, nhưng việc thiết lập các phương trình cơ bản của bài toán cũng được xuất phát từ những cách tiếp cận khác nhau. Các kỹ sư thủy lực thường xuất phát từ những quy luật bảo toàn viết cho một khối lượng được gọi là đặc trưng vĩ mô cho môi trường sau đó dùng một số giả thiết để thu được phương trình mô phỏng hiện tượng. Cách tiếp cận này đơn giản nhưng không làm rõ về

mặt cấu trúc các số hạng và các tương tác của các hiện tượng tham gia vào quá trình. Cách tiếp cận khác là xuất phát từ đặc trưng trung bình vi mô. Cách tiếp cận này có vẻ phức tạp khi xuất phát nhưng làm rõ được cấu trúc các hiện tượng trong quá trình cũng như ảnh hưởng tương đối của chúng.

Trong chương 2 sau đây, việc thiết lập các hệ phương trình cơ bản được xuất phát từ quan điểm của cơ học nhiều thành phần, viết hệ các phương trình bảo toàn, trên cơ sở đó viết các phương trình cho các đặc trưng vĩ mô. Với cách tiếp cận này sẽ thấy rõ trong quá trình có các hiện tượng gì và chẳng hạn khi nào hiện tượng khuếch tán phân tử (vật lý) không được xét tới. Việc thu nhận được hệ phương trình một chiều được xuất phát từ hệ phương trình đầy đủ, dựa trên một số giả thiết bỏ bớt đi một số số hạng sau đó mới dùng cách tích phân trên diện tích ngang của dòng chảy. Cách làm này đơn giản, dễ hiểu nhưng vẫn chặt chẽ. Trên cơ sở so sánh cõi của các số hạng như vẫn thường sử dụng trong phương pháp lớp biên đã chỉ ra rằng có thể tách mô hình tổng thể thành mô hình thủy lực và mô hình lan truyền chất. Việc tách mô hình sẽ làm cho quá trình giải cũng như những lý giải có liên quan đơn giản hơn. Việc nêu số các điều kiện biên trong mô hình thủy lực cũng xuất phát từ những lý thuyết đã có nhưng ở đây đã chỉ ra một điều kiện đủ khi cho điều kiện mực nước hoặc lưu lượng tại biên, trong trường hợp tuyến tính hóa.

Phương pháp giải số trong mô hình thủy lực một chiều có thể phân thành hai lớp:

1. **Phương pháp trực tiếp**
2. **Phương pháp đặc trưng**

Trong phương pháp trực tiếp, hệ Saint-Venant một chiều (2.11) - (2.12) được sai phân (hoặc rời rạc hóa) trực tiếp; nghiệm được xác định tại các điểm lưới cố định trên mặt phẳng ( $x, t$ ). Trong phương pháp đặc trưng hệ (2.15) được tích phân hoặc sai phân dọc theo các đường đặc trưng. Nghiệm được cho tại các giao điểm của các họ đặc trưng khác dấu. Nghiệm tại các điểm lưới cố định được suy ra bằng một phép nội suy. Trong các sơ đồ sai phân lại chia thành sơ đồ hiện và sơ đồ ẩn. Với sơ đồ hiện, hệ phương trình sai phân thường là tuyến tính và các đại lượng chưa biết biểu diễn hiện qua các đại lượng đã biết. Với sơ đồ ẩn, hệ sai phân thường là các hệ phương trình đại số phi tuyến tính đối với các đại lượng chưa biết. Nghiệm chỉ có được sau khi giải hệ phương trình đại số này.

Người đầu tiên áp dụng phương pháp đặc trưng hiện trong bài toán dòng chảy một chiều là Stoker /53/. Phương pháp này đơn giản, thuận tiện, nhưng do độ ổn định tính toán, bước thời gian bị hạn chế bởi điều kiện Courant – Lêvi. Một số tác giả như Amein Fletcher, Liggett /16 , 17 , 32 , 33/ đã tích phân (2.15) trên các đường đặc trưng với các lưới biến đổi, nên bước thời gian có mở rộng nhưng phải dùng kỹ thuật nội suy làm ảnh hưởng tới độ chính xác và đặc biệt không thuận tiện cho hệ kênh sông có hình dạng biến đổi mà ta hay gặp trong thực tiễn. Nhược điểm này đã được Baltzer và Lai /19/ khắc phục bằng lưới đặc trưng cố định, tuy nhiên vẫn cần những thủ tục nội suy hoặc lặp đối với các đại lượng cần tính toán.

Liggett và Woolhiser /32/ đã so sánh một số sơ đồ hiện như sơ đồ cốc nhảy (Leap – frog), sơ đồ Lax – Wendroff với phương pháp đường đặc trưng lưới động và lưới cố định và

cũng so sánh với sơ đồ sai phân ẩn. Các tác giả này đã kết luận rằng nhược điểm chủ yếu của các sơ đồ hiện là bước thời gian tính toán bị hạn chế, mặc dù các sơ đồ này có thể dự tính được những thay đổi cục bộ.

Với yêu cầu mô phỏng các quá trình thực xảy ra trong một thời gian tương đối dài, các sơ đồ ẩn được sử dụng rộng rãi do không bị hạn chế bởi bước thời gian tính toán.

Để giải hệ Saint – Venant một chiều bằng sơ đồ sai phân ẩn thường phải tiến hành hai bước:

- ❖ **Chọn sơ đồ sai phân:** Trong bước này phải đảm bảo một số yêu cầu như ổn định, hội tụ, bảo toàn ...
- ❖ **Giải hệ phương trình sai phân:**

Cả hai bước này liên quan chặt chẽ với việc thu thập số liệu phục vụ cho mô phỏng và việc cụ thể hóa thuật toán trên máy tính. Độ chính xác và tính kinh tế của mô hình phụ thuộc vào quá trình xử lý hai bước này.

Vreugdenhil /58/ đã dùng một sơ đồ sai phân ẩn chữ nhật tính xen kẽ mực nước H và lưu lượng Q; xem mặt cắt như một nút tính toán, còn mắt lưới tính toán là hình chữ nhật mà mực nước được tính tại điểm giữa, còn lưu lượng được tính tại các nút. Phương trình liên tục được viết cho mỗi mắt lưới với lưu lượng vào ra tính qua phương trình động lực. Các mắt lưới được nối với nhau qua luật cân bằng lưu lượng. Các đại lượng tính toán được cân bằng giữa lớp thời gian t và t + Δt qua trọng số ổn định nằm giữa 0,5 và 1.

Abbott và Ionescu /22/ đã đưa ra một sơ đồ tính xen kẽ

H, Q gồm 8 điểm cùng tham gia trong tính toán (4 điểm cho lớp t và 4 điểm cho lớp t + Δt từ điểm j-1 đến j+2).

Các sơ đồ dùng cách tính xen kẽ H, Q như trên không tiện cho việc thu thập các số liệu kiểm định và số liệu biên, đặc biệt với hệ kênh sông có hình dạng phức tạp. Mặt khác đối với những nhánh sông, do một nguyên nhân nào đó chỉ có hai mặt cắt thì sơ đồ tính xen kẽ và phải dùng nhiều điểm tính như sơ đồ của Abbott là không thích hợp nếu không dùng thêm các thủ thuật.

Vasiliev cùng một số cán bộ của Viện thủy động học Novoxibirsk /8/ đã đưa ra sơ đồ ẩn 4 điểm tam giác ngược. Các đại lượng H, Q đều được đánh giá tại cùng một điểm lưới. Đạo hàm theo thời gian được rời rạc hóa qua điểm j của lớp t và t + Δt, còn đạo hàm theo x được rời rạc hóa qua hai điểm j-1 và j+1 tại cùng một lớp t + Δt. Hệ phương trình sai phân cuối cùng gồm 2N-4 phương trình cho 2N ẩn, ngoài hai điều kiện biên, sơ đồ Vasiliev cần tới hai điều kiện trên đường đặc trưng để đóng kín hệ phương trình. Chú ý rằng đối với hệ phương trình Saint – Venant một chiều, có thể thu nhận hệ thức trên đường đặc trưng từ phương trình liên tục và phương trình chuyển động bằng một phép biến đổi đại số, cho nên việc dùng hệ thức đặc trưng cũng tương đương việc dùng hệ phương trình xuất phát.

Năm 1961, Preissmann đã đưa ra sơ đồ ẩn 4 điểm chữ nhật mà sau này được mô tả nhiều trong các tài liệu của Cunge /22/, của Abbott, Amein và Fang /16/ và được dùng trong /21/. Theo sơ đồ này các đại lượng H, Q đều cùng được đánh giá tại

một điểm lưỡi. Các quy luật bảo toàn viết cho một măt lưỡi mà điểm đặc trưng nằm giữa măt lưỡi với trọng số  $\theta$  theo thời gian.

Các nhà thủy lực Pháp cũng hay dùng sơ đồ Preissmann nhưng áp dụng cho các hệ thức trên họ các đường đặc trưng khác nhau đi qua một điểm lưỡi tại lớp  $t + \Delta t$ . Như sẽ được chỉ ra trong chương 3, cách sai phân này tương đương với cách sai phân trực tiếp hệ Saint – Venant, mà cách sai phân trực tiếp đơn giản hơn theo quan điểm tính toán.

Sơ đồ ẩn của Dronker /23/ cũng được sử dụng rộng rãi trong các mô hình thủy lực ở Hà Lan và đã được một số tác giả trong nước /15, 36, 43, 56, 57/ sử dụng và qua mô hình triều TIMOD /7, 37, 49/ dùng cho sông Mê kông. Đây cũng là sơ đồ chữ nhật 4 điểm tuy nhiên cách rời rạc hóa từng số hạng trong phương trình liên tục và động lực có khác nhau. Theo sơ đồ ẩn Dronker, số hạng đạo hàm theo  $x$  của lưu lượng trong phương trình liên tục, đạo hàm của mực nước theo  $x$  trong phương trình động lực lấy ẩn hoàn toàn. Còn các đạo hàm theo  $t$  có tham gia của cả hai lớp thời gian.

Trừ sơ đồ Preissmann có phân tích độ chính xác, các ưu điểm và lý do sử dụng, các sơ đồ khác chỉ đưa ra mà không lý giải lý do sử dụng. Trong chương 3 cũng chỉ thêm tính xấp xỉ tốt của sơ đồ Preissmann. Chính nhờ ưu điểm về độ chính xác cao, nhanh chóng loại trừ ảnh hưởng của điều kiện đầu, sơ đồ ẩn thích hợp với việc thu thập số liệu mô phỏng mà sơ đồ này được sử dụng nhiều theo quan điểm thực hành. Cũng dựa trên những phân tích đó, sơ đồ Preissmann đã được sử dụng trong phần tính thủy lực do tác giả xây dựng.

Một điểm khác nhau nữa trong các mô hình sử dụng sơ đồ sai phân ẩn là cách giải hệ phương trình sai phân khi hệ kinh sông có cấu trúc dạng cây hoặc dạng mạch vòng phức tạp. Một số không nhiều tác giả giải thẳng hệ sai phân cho toàn hệ sông khi xem ẩn là mực nước và lưu lượng tại các mặt cắt. Với cách giải này đầu tiên phải sử dụng điều kiện tại hợp lưu để loại trừ các ẩn thừa sau đó dùng các phương pháp giải hệ phương trình đại số (khử Gause, lặp ... ). Nhược điểm trong cách giải này là hệ phương trình đại số có kích thước lớn, mặc dù ma trận hệ số rất thưa nhưng vẫn đòi hỏi nhiều ô nhớ của máy tính. Để giảm bộ nhớ có tác giả /43/ dùng các điều kiện hợp lưu để khử bớt các giá trị trùng lặp, nhưng để khử được lại tùy thuộc vào dạng cụ thể của hệ sông mà đưa vào thứ tự khử làm mất tính chất tổng quát của thuật toán, gây phức tạp cho người sử dụng. Phần lớn các mô hình /36, 37, 41, 44, 49, 57/ dùng các hệ thức truy toán cho toàn nhánh sông sau đó dùng điều kiện tại hợp lưu để tạo nên một hệ phương trình đại số có ẩn chỉ là mực nước tại các hợp lưu. Với cách giải này không cần nhiều ô nhớ để lưu trữ các hệ số của ma trận nút, nhưng việc dùng các hệ thức truy toán không thích hợp sẽ dẫn tới không ổn định đối với sai số làm tròn. Mặt khác một thuật toán phải được trao đổi với máy qua ngôn ngữ lập trình và phải đủ tổng quát cho một lớp rộng các bài toán. Trong /37, 49/ đã sử dụng 3 công thức truy toán khác nhau cho một hệ sông. Khi làm thực nghiệm số, có thể chỉ ra rằng ba công thức truy toán đều ổn định đối với sai số làm tròn, nhưng vì dùng nhiều công thức truy toán nên chương trình dài, cách mô tả hệ thống sông không mềm dẻo, phải dùng nhiều bộ số để nhận dạng gây

phức tạp cho người sử dụng (chuẩn bị số liệu vào, cách đánh số hệ thống sông, thay đổi phương án tính toán, ...) Trên cơ sở thực nghiệm số, trong /44/ đã xét một số hệ thức truy toán trong các mô hình khác nhau theo khía cạnh ổn định số trong tính toán và tính đơn giản trong lập trình và cũng đã chỉ ra rằng hệ thức:

$$H_i = p_i Q_i + q_i H_1 + r_i \quad (1.1)$$

$$Q_{i-1} = t_i Q_i + v_i H_i + z_i H_1 + s_i$$

bảo đảm ổn định tính toán, cho phép đánh giá mực nước, lưu lượng tại mọi mặt cắt trên tất cả các nhánh sông của hệ. Với việc dùng một công thức truy toán (1.1); cách lập trình đơn giản, cách mô tả hệ thống sông cũng đơn giản với các thông tin tối thiểu, mềm dẻo khi thay đổi các phương án tính toán, mà trận hế số của hệ phương trình nút có tính chất chéo trội để có thể đảm bảo tính giải được.

Việc tính toán thủy lực hệ thống sông có công trình (cống đập,...) được không nhiều tác giả đề cập tới /13, 22, 43/. Các luật làm việc của từng loại công trình không có gì đặc biệt nhưng vấn đề là gắn được tính toán công trình vào một chương trình mà không gây phức tạp cho quá trình vào ra số liệu, dễ mô tả và không gây phức tạp thừa cho quá trình tính toán. Khi tính toán các tác giả nêu trên đều coi công trình như một đoạn sông đặc biệt có hai mặt cắt nhưng khoảng cách giữa chúng bằng không. Ta biết rằng số đoạn sông bình thường trên một hệ sông (đoạn nối hai mặt cắt có khoảng cách) nhiều hơn nhiều lần đoạn công trình, mỗi lần làm việc lại phải kiểm tra xem đoạn đó có phải công trình hay không sẽ rất tốn thời gian

kiểm tra. Trong mô hình trình bày trong tập sách này, khi tính toán công trình, tác giả đã xem nó là một nhánh sông đặc biệt nối hai nút. Việc xem là một nhánh sẽ làm tăng số nút nhưng đơn giản các quá trình đánh số, kiểm tra, không tăng khối lượng tính toán và đơn giản cho người sử dụng.

Với mô hình thủy lực được trình bày trong phần sau, các ô chứa hoặc trữ nước dọc hai bên sông cũng được xét mà không cần các thủ thuật gì đặc biệt, chỉ cần điều chỉnh chiều rộng mặt nước hoặc mô phỏng như một đoạn sông nối với dòng chính qua công trình.

Với mô hình lan truyền chất, phương trình tải – khuếch tán là phương trình xuất phát cho việc mô tả và dự báo sự lan truyền chất trong kênh sông khi xảy ra xáo trộn đều (well-mixed) hay xáo trộn từng phần (partially – mixed) và là mô hình không dừng (phụ thuộc thời gian). Đối với kênh sông chịu ảnh hưởng của thủy triều, do tính tuần hoàn chuyển động triều, một số tác giả đã trung bình phương trình tải khuếch tán trên cả chu kỳ triều để làm rõ ảnh hưởng của dòng chảy trong sông. Loại này được gọi là các mô hình không triều /28, 35/ và được mô tả bởi phương trình (bỏ qua số hạng nguồn):

$$A \frac{\partial S}{\partial t} + AU_f \frac{\partial S}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left( AE_T \frac{\partial S}{\partial x} \right) \quad (1.2)$$

Trong đó: S là giá trị đồng độ; A là diện tích được trung bình trên một chu kỳ triều; U<sub>f</sub> là thành phần vận tốc của nước ngọt trong sông; E<sub>T</sub> là hệ số tán xạ (dispersion) tương ứng đã được trung bình trên một chu kỳ triều.

Arons, Stommel /29/ và một số tác giả khác xem rằng

trạng thái dừng duy trì trong các chu kỳ triều liên tiếp do đó (1.2) có dạng:

$$U_f \frac{dS}{dx} = \frac{d}{dx} \left( E_r \frac{dS}{dx} \right) \quad (1.3)$$

Một trong những cách đơn giản để tìm nghiệm giải tích là các phương pháp xấp xỉ nước ròng. Theo phương pháp này các đại lượng có mặt trong phương trình tải khuếch tán được mô tả tại thời điểm nước ròng, lúc đó lưu lượng qua mặt cắt nào đó bằng không và phương trình tải khuếch tán có dạng:

$$A \frac{\partial S}{\partial t} + AU_f \frac{\partial S}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left( AE_r \frac{\partial S}{\partial x} \right) \quad (1.4)$$

Ippen, Harleman và Abraham /29/ đã dùng (1.4) với trạng thái dừng trong phòng thí nghiệm để xác định hệ số  $E_r$ . Nhìn chung các mô hình không triều mô tả bởi (1.2) và (1.4) có dạng tương tự phương trình tải khuếch tán, tuy nhiên ý nghĩa của các đại lượng trong phương trình lại hoàn toàn khác nhau về mặt vật lý. Trong phương trình tải khuếch tán các đại lượng mô tả trạng thái tức thời, còn các đại lượng trong các mô hình không triều cho giá trị trung bình trong một chu kỳ triều. Về mặt thực tiễn, nhất là sản xuất nông nghiệp cũng như sử dụng nước cho dân sinh, công nghiệp người ta quan tâm tới các giá trị tức thời và các thời điểm cụ thể đạt giá trị tức thời này cho nên các mô hình mô tả trạng thái tức thời được phát triển và sử dụng rộng rãi. Mặt khác các thông số vật lý trong mô hình không triều rất khó xác định và khó hiểu cơ chế vật lý (chẳng hạn hệ số tán xạ  $E_r$  trong (1.4)), vì thế các mô hình không triều ít được phát triển. Cũng vì những phân tích đó mà

trong tập sách này tập trung vào mô hình tức thời.

Để giải số phương trình tải khuếch tán người ta phải quan tâm tới một số khía cạnh vật lý do chính phương trình này mô tả. Chẳng hạn nồng độ chất lan truyền phải là số không âm, nếu không có nguồn thì tổng lượng chất lan truyền phải được bảo toàn, hệ số khuếch tán biểu thị độ phân tán quanh giá trị trung bình của chất lan truyền. Những tính chất này được phản ánh trong phương trình vi phân tải – khuếch tán, tuy nhiên tính chất sẽ không còn nữa nếu giải số không tốt.

Trong quá trình tải thuần túy, tính chất vật lý của các chất lan truyền không thay đổi. Vì thế để xem xét một sơ đồ số có gây ra khuếch tán số hay không người ta thường áp dụng sơ đồ chỉ có phương trình tải thuần túy, sau đó tính hệ số tải khuếch tán của sơ đồ (tính mômen bậc hai của đại lượng qui tâm), nếu hệ số này khác không có nghĩa là sơ đồ đã đưa vào hiện tượng khuếch tán do số. Để khảo sát tính bảo toàn người ta cũng thường khảo sát quá trình tải thuần túy của một xung đơn vị /40/ trong trường dòng chảy có vận tốc không đổi. Để xem xét một sơ đồ số có gây ra khuếch tán số hay không người ta cũng dùng phương pháp khai triển Taylor, nếu số hạng dư có xuất hiện số hạng tương tự khuếch tán thì sơ đồ số có khuếch tán. Chính quá trình khuếch tán số này ở một cỡ lớn nào đó sẽ làm mất ý nghĩa vật lý của quá trình khuếch tán thực. Dùng phương pháp khai triển Taylor cũng còn biết thêm một số tính chất nữa của sơ đồ số, chẳng hạn sự biến đổi dạng của phương trình (từ phương trình tải sang phương trình sóng), tuy nhiên phương pháp này chỉ thuần túy định tính toán học mà chưa nói lên được ý nghĩa vật lý khi dùng phương pháp tính

mômen từ bậc không đến bậc hai. Tất nhiên sử dụng phương pháp mômen cần những tính toán phức tạp mà không phải với bất cứ trường hợp nào cũng thực hiện được.

Trong phần đầu chương 4 đã xem xét cả phương pháp tính mômen và khai triển theo chuỗi Taylor và đã áp dụng hai phương pháp này cho sơ đồ sai phân trung tâm có trọng số và sơ đồ sai phân theo hướng. Những tính toán cho trường hợp tải xung đơn vị đã chỉ ra rằng sơ đồ sai phân trung tâm không loại bỏ được khuếch tán số.

Ngoài việc xem xét hiện tượng khuếch tán số, khi giải phương trình tải khuếch tán người ta cũng chú ý tới cách xử lý điều kiện sao cho vừa hợp với quy luật vật lý vừa tăng được tính dự báo của mô hình.

Hầu hết các mô hình số dùng cho phương trình tải khuếch tán đều sử dụng các sơ đồ sai phân /27, 29, 37, 55/. Roach /52/ đã chỉ ra rằng khi dùng sơ đồ sai phân trung tâm, số hạng đổi lưu sẽ phá vỡ tính vận chuyển xuôi dòng và gây nhiễu ngược dòng. Bằng thực nghiệm số và so sánh với lời giải chính xác được nêu trong chương 4, ta thấy sơ đồ sai phân trung tâm làm thay đổi cả biên độ và pha, còn sơ đồ sai phân theo hướng giữ được pha nhưng làm thay đổi biên độ. Khi phân tích sơ đồ Stone và Brian /40/, Tombear đã chỉ ra rằng sơ đồ này luôn luôn bị khuếch tán số dù có làm nhỏ bước thời gian. Còn các tính chất bảo toàn khối lượng và bảo toàn vận tốc tâm khối (mômen bậc 1) của sơ đồ này không đồng thời đảm bảo. Những kết luận này cũng được chỉ ra trong tập sách này khi xét sơ đồ sai phân trung tâm có trọng số. Holly và Preissmann

/22/ đã đưa ra một sơ đồ số có độ chính xác cao cho trường hợp vận tốc không đổi. Cơ sở của phương pháp là phân tích tính toán làm hai quá trình. Trong quá trình tải dùng phương pháp đặc trưng hiện với nội suy bậc 3. Quá trình khuếch tán được giải tiếp bằng các phương pháp số thông thường. Đây là một bước phát triển trong việc nâng cao độ chính xác nhưng đòi hỏi số lượng tính toán nhiều hơn, hơn nữa khi vận tốc thay đổi và việc khắc phục những sai số do giải phương trình tải bằng đặc trưng hiện chưa được các tác giả đề cập tới. Một khác theo /22/ đặc trưng xuất phát từ lớp  $n+1$  tại điểm  $i+1$  phải rơi vào điểm  $C$  nằm giữa  $i-1$  của lớp  $n$ , điều này ít gặp trong tính toán thực tiễn bởi chân đường đặc trưng phụ thuộc vào trường vận tốc, bước lưới  $\Delta t$  và  $\Delta x$ .

Việc phân làm hai quá trình tính toán là tư tưởng của phương pháp phân rã. Phương pháp này được sử dụng rộng rãi cho các bài toán nhiều chiều và đặc biệt đối với các quá trình vật lý phức tạp. Ưu điểm chính của phương pháp là đưa bài toán phức tạp về giải liên tiếp các bài toán đơn giản (phân rã toán học) hay đưa việc giải các quá trình phức tạp về giải quyết liên tiếp các quá trình đơn giản (phân rã vật lý), và như vậy có thể thực hiện được vấn đề môđun hóa trong lập trình. Phương pháp phân rã cũng được áp dụng trong mô hình được giới thiệu trong tập sách này với việc giải phương trình tải khuếch tán bằng giải liên tiếp phương trình tải và phương pháp phân rã. Khác với các kỹ thuật đặc dùng, ở đây khi giải phương trình tải đã đặc trưng ẩn. Trong mỗi bước lưới đặc trưng

dạng lôga, chân đặc trưng có thể rơi vào một mắt lưới tùy ý phụ thuộc vào trườn vận tốc và lưới chia không gian, thời gian. Các kỹ thuật nội suy tuyến tính kết hợp với bậc hai hoặc kỹ thuật nội suy Spline bậc 3 - một kỹ thuật khá mới, cũng được xem xét nhằm chọn được một phương pháp nội suy thích hợp để hạn chế tối đa ảnh hưởng của khuếch tán số.

Với một ví dụ bằng số có nghiệm chính xác, khi so sánh kết quả tính bằng các sơ đồ khác nhau, có thể thấy phương pháp được sử dụng cho kết quả khá tốt cả về pha và biên độ. Trườn vận tốc nêu trong ví dụ này cũng có dạng dao động và như vậy khá gần với các hiện tượng gặp trong thực tế (dao động triều). Sơ đồ số cho phương trình khuếch tán thuần túy không có gì mới, tuy nhiên đã xét cho dạng phương trình đầy đủ hơn với các số hạng nguồn và số hạng chuyển hóa giữa các thành phần. Lưu ý rằng, mục đích chính là xây dựng một mô hình số cho bài toán lan truyền mặn trên hệ kênh sông. Tuy nhiên do phương trình bảo toàn chất còn đúng cho những chất lan truyền khác cho nên mô hình xây dựng ở đây có thể dùng cho các chất khác, chẳng hạn quá trình lan truyền BOD, DO,... tất nhiên trong trường hợp này phải biết các hằng số chuyển hóa.

Đối với hệ sông, điều kiện tương hợp đối với nồng độ tại các hợp lưu có vai trò như một điều kiện biên đối với một nhánh sông riêng rẽ. Vì vậy việc xử lý không tốt điều kiện này sẽ ảnh hưởng tới kết quả trên toàn hệ. Cho đến nay hầu hết các tác giả /36, 37, 56, 57/ đều sử dụng điều kiện bảo toàn sau đây do Berkhoff sử dụng trong /20/.

$$\frac{\partial V_k C_k}{\partial t} + \sum_{i=1}^N \varepsilon_i [Q_i C_i - A_i E_i \frac{\partial C_i}{\partial x}] = 0 \quad (1.5)$$

Trong đó:  $V_k$  là thể tích hợp lưu thứ k;  $C_k$  là nồng độ tại hợp lưu;  $\varepsilon_i = \pm 1$ ; còn  $\frac{\partial C}{\partial x}$  là gradient nồng độ sát hợp lưu.

$Q_i, C_i$ : lưu lượng và nồng độ của mặt cắt sát hợp lưu. Dùng (1.5) phải theo giả thiết trong toàn thể tích  $V_k$  vật chất lan truyền được xáo trộn đều và được đặc trưng bằng nồng độ  $C_k$ . Nồng độ tại các mặt cắt áp sát hợp lưu thuộc các nhánh sông khác nhau đều như nhau. Giả thiết này không đúng trong thực tiễn; trong tính toán (1.5) thường được viết ở dạng sai phân và thể tích  $V_k$  sẽ rất khác nhau tùy theo cách mô hình hóa ngay cả tại một hợp lưu. Mặt khác tại hợp lưu mô hình một chiều không đúng, hơn nữa do sai phân số hạng  $\partial C / \partial x$  cũng được tiến hành theo các cách khác nhau không tuân theo các quy luật chặt chẽ. Vì vậy không đánh giá được các loại sai số ảnh hưởng tới việc tính toán nồng độ tại hợp lưu, và do đó khó khẳng định được kết quả trên toàn hệ. Cũng do gặp những điều không hợp lý, một số tác giả đã đưa thêm vào hệ số điều chỉnh thể tích nút /36, 57/ nhưng cách làm này gây phức tạp cho quá trình điều chỉnh mô hình, hơn nữa các trị số đưa thêm không có cơ sở vật lý chặt chẽ.

Một vài tác giả cho  $V_k$  tiến tới không, khi đó chỉ có một giá trị nồng độ tại hợp lưu, dùng điều kiện bảo toàn lưu lượng để rút ra điều kiện tổng dòng khuếch tán bằng không sau đó sai phân điều kiện này. Như đã nêu ở trên, tại hợp lưu mô hình một chiều không hợp lý cho nên không thể thực hiện phép sai phân thông thường. Mặt khác xem rằng tại hợp lưu chỉ có một giá trị nồng độ và xem rằng  $V_k$  tiến tới không sẽ không đúng trong thực tiễn.

Trong mô hình giới thiệu dưới đây tác giả đã sử dụng điều kiện bảo toàn: Tổng lượng vật chất vào ra hợp lưu bằng sự thay đổi vật chất tại hợp lưu. Theo điều kiện này nồng độ tại các mặt cắt áp sát hợp lưu, khi dòng chảy tới hợp lưu có thể khác nhau, nhưng sau một quá trình xáo trộn nồng độ tại các mặt cắt áp sát hợp lưu ở các nhánh chảy ra khỏi hợp lưu sẽ giống nhau. Kết hợp với phương pháp phân rã để tính nồng độ tại các mặt cắt áp sát hợp lưu của các nhánh vào, với cách xử lý bằng đặc trưng, có thể đạt được độ chính xác cao và dễ xử lý điều kiện tương hợp tại hợp lưu. Sử dụng phương pháp này tránh được khái niệm thể tích hợp lưu, tránh được giả thiết xáo trộn đều, tránh đưa vào các luật sai phân và như vậy gần với các điều kiện thực tiễn hơn.

Xử lý điều kiện biên cũng là một phần quan trọng trong mô hình lan truyền chất. Là phương trình loại parabol, đối với sông đơn có chiều dài  $L$ , biên hạ lưu đặt tại  $x = 0$ , phương trình tải khuếch tán đòi hỏi một điều kiện tại mỗi đầu biên, chẳng hạn nồng độ  $S(0, t) = C_1(t)$ ;  $S(L, t) = C_2(t)$  và điều kiện ban đầu  $S(x, 0) = g(x)$ . Với các điều kiện này, bằng các phương pháp khác nhau (số hoặc giải tích) có thể giải được phương trình tải khuếch tán với độ chính xác nào đó. Tuy nhiên trong thực tiễn không phải lúc nào cũng biết được đầy đủ các giá trị  $C_1(t)$ ,  $C_2(t)$ . Đối với sông đơn có thể lấy  $L$  đủ lớn (thượng lưu đủ xa biển) để tại đó nước mặn không tới, tức là  $C_2(t) = 0$  (tất nhiên phải biết trường vận tốc trên đoạn đủ dài, mà không phải bao giờ cũng có được) hoặc xem  $C_2(t)$  là biết trước (trong bài toán lan truyền chất nhiễm bẩn), còn điều kiện tại hạ lưu ( $x = 0$ ) thường gây ra những khó khăn trong việc xử lý mô

hình. Để tăng tính dự báo, một số tác giả đã đưa ra các điều kiện sau đây:

a. Đặt gốc  $x = 0$  đủ xa ngoài biển để tại đó có  $C_1(t) = \text{Constant}$  (Pritchard) hoặc xem rằng ở khoảng cách  $x = -B$  độ mặn bằng độ mặn ở biển (với xấp xỉ nước ròng của Ippen và Harleman).

b. Khi triều vào cho  $C_1(t)$  hoặc cho giá trị  $S_{\max}$ ,  $S_{\min}$  sau đó dùng một phép nội suy qua lăng trụ triều để biết  $C_1(t)$ , còn khi triều ra dùng một trong các giả thiết sau:

- b<sub>1</sub>. Phân bố độ mặn tại biên là tuyến tính.
- b<sub>2</sub>. Đạo hàm bậc hai bằng không.
- b<sub>3</sub>. Không có (hoặc bỏ qua) quá trình khuếch tán tại biên (Vasiliev và Voevodin).
- b<sub>4</sub>. Dùng một cách sai phân hiện, đặc biệt đoạn sát biên /18, 29/ sau đó dùng giả thiết tuyến tính.

Giả thiết (a) không thật sự hợp lý và ít xảy ra đối với các bài toán thực tiễn, bởi vì đối với miền đủ xa ngoài biển mô hình một chiều không đúng. Mặt khác ngay độ mặn ngoài biển cũng thay đổi theo mùa và tùy thuộc vào lượng nước ngọt đổ ra biển.

Giả thiết b<sub>1</sub>, b<sub>2</sub> tương đương về mặt toán học nhưng khi sử dụng trong giải số, các giả thiết này lại có ưu điểm riêng. Để sử dụng b<sub>1</sub> hoặc b<sub>2</sub>, một số tác giả /18, 29/ đã viết phương trình cân bằng cho đoạn sông sát biên  $x = 0$ , sau đó mới dùng b<sub>1</sub> hoặc b<sub>2</sub> để có thể biểu diễn  $C_1(t)$  qua các giá trị đã biết hoặc biểu diễn ẩn qua các giá trị chưa biết lân cận; b<sub>1</sub> và b<sub>2</sub> là một cách cho xấp xỉ điều kiện biên, tuy nhiên việc kết

hợp với phương trình cân bằng ở dạng sai phân thường gây phức tạp về toán học, hơn nữa không đánh giá được độ chính xác khi xấp xỉ. Khi triều vào, việc tính xấp xỉ  $C_1(t)$  qua  $S_{\max}$ ,  $S_{\min}$  và qua lăng trụ triều là một bước phát triển nhằm tăng tính dự báo của mô hình, tuy nhiên cách xấp xỉ này chỉ có được khi giải riêng rẽ mô hình thủy lực và lưu trữ các kết quả này dùng để giải mô hình truyền chất. Mặt khác với cách xấp xỉ trên đã thừa nhận quá trình lan truyền chất cùng pha với quá trình thủy lực. Các số liệu đo đặc cho thấy quá trình mặn thường chậm pha hơn dòng chảy từ 1 đến 2 giờ. Việc dùng b3 có nhiều thuận tiện hơn, đặc biệt khi phân rã phương trình tải khuếch tán thành hai quá trình tải thuần túy và khuếch tán thuần túy mô tả bởi các phương trình:

$$\frac{\partial S}{\partial t} + U \frac{\partial S}{\partial x} = 0 \quad (1.6)$$

$$\frac{\partial S}{\partial t} = E \frac{\partial^2 S}{\partial x^2} + F(S) \quad (1.7)$$

Về mặt vật lý, (1.7) là phương trình khuếch tán thuần túy nếu không có số hạng nguồn  $F(S)$  thì quá trình này xảy ra rất chậm. Vì vậy sau một khoảng thời gian  $\Delta t$  nào đó, ảnh hưởng của quá trình khuếch tán có thể tính qua lớp thời gian trước. Vấn đề còn lại là tìm phương pháp giải (1.6) bảo đảm được độ chính xác cần thiết. Là phương trình hyperbol bậc một, (1.6) có một họ đặc trưng cùng tên, hướng của chúng phụ thuộc vào dấu của vận tốc  $U$ . Do đó khi triều ra chỉ cần một điều kiện biên tại  $x = L$  còn tại  $x = 0$  có thể tính được giá trị của nồng độ, dùng giá trị vừa tính được này làm điều kiện biên tại  $x = 0$  để giải (1.7). Như vậy việc phân rã thành (1.6) và (1.7) và việc

dùng giả thiết b3 chỉ cần biết giá trị  $C_1(t)$  khi triều vào tại  $x = 0$ , khi triều ra  $C_1(t)$  được tính. Như vậy có thể tăng được tính dự báo của mô hình, giảm thiểu số thông tin cần biết ở biên. Nhờ cách giải phương trình (1.6) bằng phương pháp đặc trưng, có thể đạt được độ chính xác cần thiết khi tính  $C_1(t)$  lúc triều ra. Phương pháp xử lý điều kiện biên kết hợp với phương pháp phân rã như đã nêu trên đã được trình bày trong chương 4.

Hệ số tán xạ  $E$  trong bài toán truyền chất, đặc biệt là bài toán truyền mặn cũng là mối quan tâm của nhiều mô hình. Stigter và Siemons đã dùng một công thức dạng:

$$E = E_0 \left(1 - \frac{x}{L}\right)^3$$

Một số tác giả khác lại dùng  $E = KU^*h$ ; trong đó  $K$  là hằng số,  $U^*$  là vận tốc trượt,  $h$  là độ sâu. Dựa trên số liệu thực nghiệm trong phòng thí nghiệm và phân tích một số kết quả bằng số, Thatcher và Harleman đã đưa ra công thức sau đây:

$$E(x, t) = K_1 \left| \frac{\partial C}{\partial x} \right| + K_2 n |U| R^{5/6} \quad (1.8)$$

trong đó  $K_1, K_2$  là các hằng số;  $n$  là hệ số nhám Manning;  $U$  là vận tốc dòng chảy;  $R$  là bán kính thủy lực. Trong (1.8) số hạng thứ nhất thể hiện ảnh hưởng của gradient nồng độ tới quá trình tán xạ, số hạng thứ hai biểu diễn ảnh hưởng của dòng chảy. Tuy nhiên về mặt định lượng chưa có những phân tích ảnh hưởng của từng số hạng, mặt khác trong bài toán truyền mặn, quá trình tán xạ (hay giả khuếch tán) xuất hiện do quá trình trung bình trên mặt cắt ngang. Trong vùng triều, xét trong một bước thời gian, quá trình tải vẫn là quá trình chủ

yếu, mặt khác khi giải số các đoạn sông đã được mô hình hóa thành các đoạn thẳng, cho nên một số tác giả vẫn xem  $E = \text{const}$  cho từng đoạn sông.

Fischer /25/ đã đưa ra một công thức lý thuyết, trong đó  $E$  phụ thuộc vào độ thăng giáng vận tốc so với vận tốc trung bình, phụ thuộc vào độ sâu và hệ số xáo trộn thăng đứng. Tuy chặt chẽ về lý thuyết nhưng công thức này ít có giá trị thực tiễn. Nhiều tác giả cũng đã đưa ra những công thức thực nghiệm khác nhau.

Do sự phức tạp của vấn đề, việc xác định hệ số  $E$  không được xét trong tập sách này. Từ thực tế tính toán, với (1.8) và với  $E = \text{const}$  cho từng đoạn có thể nhận thấy các kết quả hầu như không khác nhau. Mặt khác có nhiều loại sai số trong mô hình mà ta chưa phân lập hết cho nên ở một mức độ chính xác nào đó có thể xem  $E = \text{const}$  cho từng đoạn sông.