

GIẢI TÍCH BÀI TOÁN VÒM - CÔNG XÔN TRUNG TÂM TRÊN MÔI TRƯỜNG MATHCAD BẰNG PHƯƠNG PHÁP BIẾN PHÂN KHI CHÂN ĐẬP VÒM NGÀM CỨNG VÀO NỀN.

TS. Đào Tuấn Anh

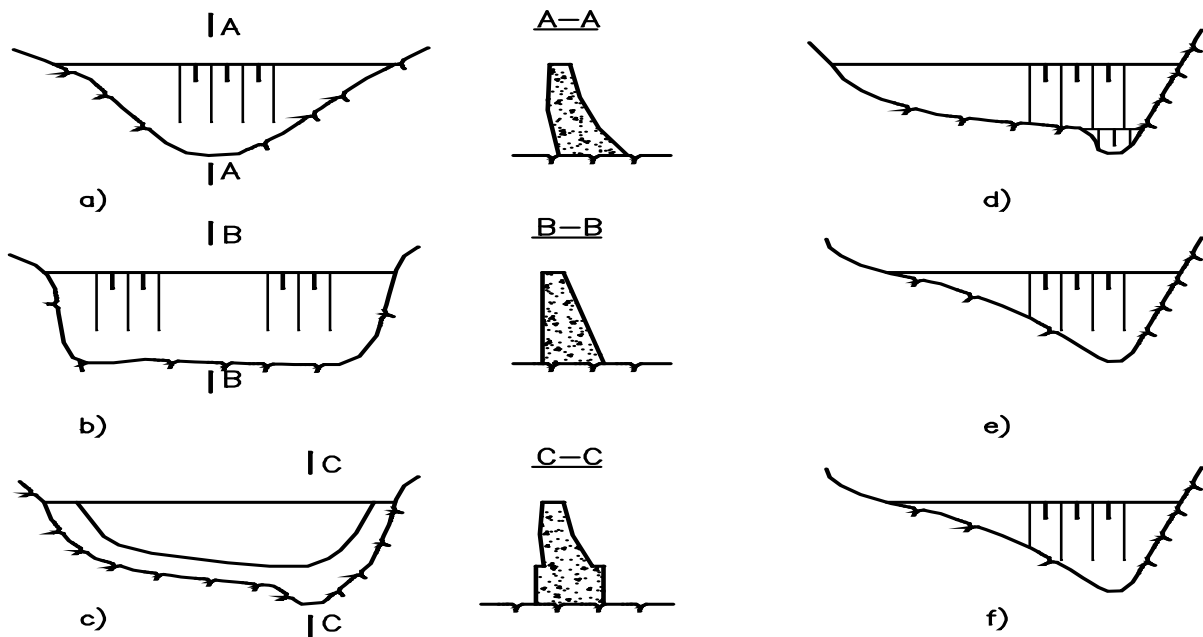
***Tóm tắt:** Sự thành công giải tích bài toán ứng suất đập vòm bằng phương pháp vòm - công xôn trung tâm trên môi trường Mathcad và so sánh kết quả tính toán với phương pháp phân tử hữu hạn (PTHH) như một minh chứng cho thế mạnh của phần mềm này (Mathcad) trong việc giải tích các bài toán kỹ thuật cổ điển để hỗ trợ các kỹ sư phân tích, kiểm tra kết quả tính toán thiết kế các công trình xây dựng nói chung và thủy lợi nói riêng bằng các phần mềm thương mại mà phần đa trong số họ không kiểm soát được vì không hiểu bản chất nội dung lập trình của các phần mềm này.*

I. ĐẬP VÒM VÀ CẤU TẠO ĐẬP VÒM.

Đập vòm đã được xây dựng nhiều trên các nước phát triển nhưng ở nước ta chỉ có duy nhất một đập vòm đang được xây dựng đó là đập vòm Nậm Chiến (cao 135 m) trên suối Nậm Chiến ở thượng nguồn sông Đà. Đập này do Tổng công ty Sông Đà thi công nhưng do Cơ quan tư vấn nước ngoài thiết kế đó là Viện thiết kế thủy công Ucraina (Ucrin). Do vậy việc nghiên cứu đập vòm ở Việt Nam đang còn nhiều hạn chế.

Đập vòm là một loại đập có kết cấu hết sức phức tạp nhằm tạo hình để chuyển tải áp lực xô ngang của nước thành các lực nén tác dụng dọc theo thân đập do hiệu ứng vòm gây nên. Do đó đập vòm có kết cấu vỏ mỏng hình vòm cong theo một chiều theo phương nằm ngang hoặc cả hai chiều theo phương nằm ngang và phương đứng. Sau khi được chuyển tải qua thân đập các lực xô ngang được truyền vào hai bờ, cho nên hai vai bờ đập vòm phải vững, thường phải là loại đá liền khối cứng chắc, cân xứng và không bị gián đoạn hoặc mở rộng đột ngột phía hạ lưu. Kết cấu đập vòm cần phải thiết kế tương xứng với hình dạng tuyến đập, sao cho dưới tác dụng của ngoại lực trong đập vòm chỉ chủ yếu tồn tại ứng suất nén. Chúng ta thử hình dung khi dùng ngón tay cái và ngón tay trỏ để vào hai đỉnh quả trứng và cố gắng bóp vỡ nó, dẫu dùng toàn lực ta cũng không làm quả trứng vỡ được. Nguyên nhân là vì toàn bộ lực nén dọc khi truyền đến kết cấu cân xứng của vỏ trứng do hiệu ứng vòm mà sinh ra lực nén phân tán đều khắp thân vỏ. Với bản chất khả năng chịu nén tốt vỏ trứng không bị phá hoại và chúng ta không thể bóp vỡ quả trứng được. Nhưng chỉ cần chúng ta bóp lệch đi, quả trứng dễ dàng vỡ nát ra, bởi vì cấu tạo vỏ trứng trở nên không cân xứng so với phương chiều lực tác dụng. Theo nguyên lý đó khi ta

thiết kế đập vòm phải tạo ra kết đối xứng so với phương chiều của lực xô ngang chủ yếu, đó là áp lực nước.



Hình 1. Xử lý tuyến đập vòm.

Muốn vậy tuyến đập phải đối xứng theo phương dòng chảy. Trong thực tế đây là điều không thể cho nên thông thường ta phải xử lý tuyến đập bằng biện pháp công trình sao cho hai bờ vai đập trở nên cân xứng, thành tuyến hình chữ V, hình thang cân hay tuyến chữ U...v.v..(xem hình 1.)

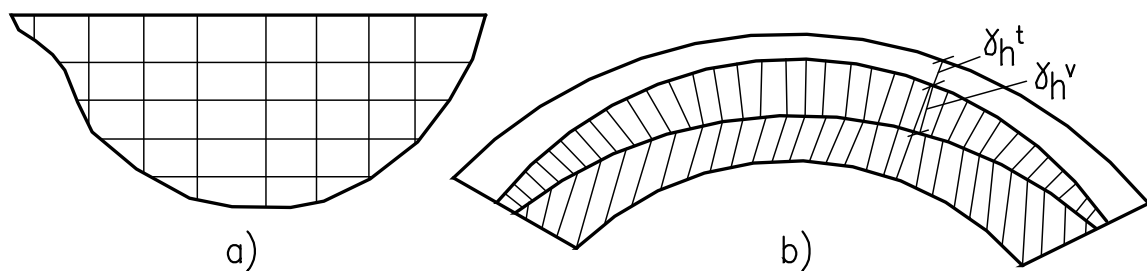
Ngoài ra điều tối quan trọng là thân đập vòm phải cấu tạo cân xứng và có sự biến đổi hình dạng theo phương thẳng đứng cũng như phương ngang sao cho nó phù hợp với tuyến đập để trở nên một kết cấu chịu nén hoàn toàn khi nhận lực gây tải chủ yếu là áp lực nước xô ngang từ phía thượng lưu đập. Để làm được điều đó chúng ta cần khảo sát được trạng thái ứng suất biến dạng của thân đập với các hình dạng đập vòm đưa ra.

II. PHƯƠNG PHÁP VÒM CÔNG XÔN - TRUNG TÂM TRONG BÀI TOÁN PHÂN TÍCH ỨNG SUẤT ĐẬP VÒM.

Có rất nhiều phương pháp tính toán phân tích trạng thái ứng suất biến dạng đập vòm. Trước đây người ta hay dùng các phương pháp giải tích cổ điển, đó là: phương pháp ống tròn thành mỏng, phương pháp vòm đơn thuần, phương pháp vòm - công xôn trung tâm, phương pháp nhiều vòm và công xôn. Ngày nay người ta hay dùng lý thuyết đàn hồi (lý thuyết vỏ mỏng) trong các phương pháp phần tử hữu hạn, phương pháp sai phân để giải bài toán ứng suất biến dạng đập vòm với sự trợ giúp các phần mềm tính toán trên máy tính điện tử. Thông thường các kỹ sư không kiểm soát được các kết quả tính toán theo các phần mềm này vì không rõ bản chất nội dung lập trình của chúng.

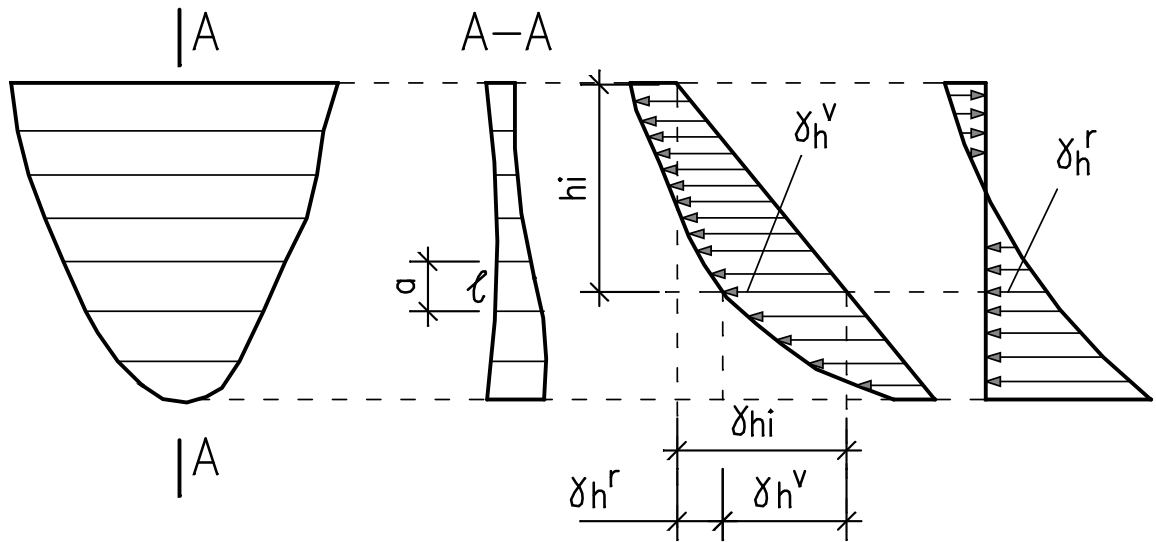
Trong các phương pháp cổ điển thì phương pháp ống vòm thành mỏng xem vòm như một phần của ống tròn chịu tác dụng của áp lực nước rồi dùng công thức đơn giản của ống thành mỏng để tính toán, thường có kết quả không đúng so với thực tế, chỉ áp dụng cho đập vòm thấp. Phương pháp vòm đơn thuần dựa theo sơ đồ tính toán chia đập vòm ra thành các khoanh vòm làm việc độc lập với nhau, sau đó phân tích ứng suất cho từng khoanh vòm từ nội lực được tính bằng phương pháp lực trong cơ học kết cấu. Phương pháp này tính toán khá đơn giản nhưng không chính xác, thường được đưa ra để tính toán thiết kế sơ bộ hình dạng đập vòm ban đầu.

Các phương pháp trên đều xét theo bài toán phẳng, nhưng trong thực tế đập vòm là một kết cấu không gian, nghĩa là ngoài hướng ngang đập vòm còn làm việc theo phương thẳng đứng. Phương pháp vòm - công xôn trung tâm và phương pháp nhiều vòm và công xôn thực chất đều là một phương pháp rầm - vòm, xét đập theo bài toán không gian. Để giải bài toán này một mặt chia đập theo mặt cắt ngang thành các vòm, mặt khác chia nó ra thành các công xôn(rầm) gắn chặt vào nền bởi các mặt cắt thẳng đứng. Mỗi điểm thân đập đồng thời có vị trí trên một vòm và một rầm công xôn nhất định. Vì vậy biến dạng của điểm ấy dù xét theo vòm hay rầm cũng chỉ có một giá trị mà thôi. Dựa vào nguyên tắc này người ta thiết lập hệ phương trình cân bằng từ các phương trình tính toán nội lực của dầm và vòm khi các tải trọng tác dụng lên đập được phân phối ra cho dầm chịu một phần và vòm chịu phần còn lại. Tùy theo mức độ chính xác của bài toán mà người ta có thể chia đập thành hệ thống nhiều vòm và nhiều rầm hoặc thành hệ thống nhiều vòm và một rầm tại mặt giữa đập (công xôn trung tâm) làm đại diện. Cách chia trước dùng cho phương pháp nhiều rầm và vòm, thường phải giả thiết trước biểu đồ phân phối lực (xem hình 2), sau đó tính toán đi, tính toán lại cho đến khi tại các điểm tính toán biến vị của vòm và của rầm sai số nhỏ. Do vậy khối lượng tính toán lớn và cách làm không khoa học, thiếu tính thuyết phục.



Hình 2. Phân phối lực theo phương pháp nhiều rầm và vòm.

Cách chia sau áp dụng cho phương pháp vòm - công xôn trung tâm và thường được ứng dụng nhiều hơn trong việc tính toán thiết kế định hình cấu tạo đập vòm. Theo phương pháp này tại trọng tâm phân phối theo phương đứng tại vị trí có rầm đỉnh làm đại diện, phần còn lại theo phương ngang được phân phối cho các vòm và thay đổi theo các cao trình khác nhau (xem hình 3).



Hình 3. Phân phối lực theo phương pháp vòm – công xôn trung tâm.

Cách tiếp cận để giải bài toán vòm - công xôn trung tâm rất khác nhau, từ đó các tác giả đưa ra các phương pháp khác nhau để giải bài toán. Các phương pháp truyền thống trong phạm vi giải bài toán vòm - công xôn trung tâm được trình bày trong rất nhiều tài liệu của các tác giả khác nhau như G. Ritter, V.P. Skrylnikovyi, A. Stukki, J. Lombardi, L.A. Rozinyi, L.B. Grimze và những người khác.

Theo Kh.G. Ganiev phương trình cơ bản của bài toán vòm - công xôn trung tâm được thiết lập như sau. Xem công xôn trung tâm tựa trên các vòm tương tự như dầm trên nền đàn hồi chịu ảnh hưởng bởi tính biến dạng của các khoang vòm độc lập, được đặc trưng bởi hệ số nền K. Lúc đó phân lực nền đàn hồi chính là phần tải trọng mà vòm chịu được xác định như sau:

$$p_a(y) = K(y)w(y) \quad (1)$$

Trong đó $w(y)$ - chuyển vị uốn của công xôn trung tâm. Gốc toạ độ được lấy từ đáy công xôn trung tâm (nơi tiếp xúc giáp với mặt nền) và trục y hướng thẳng đứng lên trên.

Lúc này tải trọng được phân phối cho công xôn p_k được xác định như sau:

$$p_k(y) = p(y) - K(y)w(y) \quad (2)$$

Trong đó $p(y)$ - tải trọng toàn phần của áp lực nước tác dụng lên vòm và công xôn.

Hệ số nền $K(y)$ được xác định như sau:

$$K(y) = \frac{1}{f_a(y)} \quad (3)$$

Với $f_a(y)$ là độ võng của vòm nằm ngang tại đỉnh dưới tác dụng của tải trọng đơn vị phân bố đều. Đối với vòm ngàm cứng hai đầu bằng phương pháp tính toán chuyển vị trong cơ học kết cấu ta có thể tìm được:

$$f_a(y) = \frac{r_0^2}{Ee(y)} \mu(\alpha_0) \quad \text{với} \quad \mu(\alpha_0) = \frac{\alpha_0(\alpha_0 - \sin \alpha_0)(1 - \cos \alpha_0)}{\alpha_0^2 + \alpha_0 \sin \alpha_0 \cos \alpha_0 - 2 \sin^2 \alpha_0}$$

Trong đó $e(y)$ - chiều dày của vòm tại mặt cắt có toạ độ phương đứng y , m.

α_0 - bán giá trị góc ở tâm của cung vòm này, radian.

r_0 - bán kính trung bình của vòm, m.

E - mô đun đàn hồi của bê tông, T/m³

Giá trị $w(y)$ có thể tìm được bằng việc giải phương trình vi phân độ uốn của dầm trên nền đàn hồi:

$$[EI(y)w''(y)]'' + K(y)w(y) = p(y) \quad (4)$$

Khai triển thành phần vi phân của phương trình (4) ta được:

$$EI(y)w^{IV}(y) + 2EI'(y)w'''(y) + EI''(y)w''(y) + k(y)w(y) = p(y) \quad (4')$$

Với $EI(y)$ - độ cứng của công xôn. $I(y)$ mô men quán tính của tiết diện công xôn biến đổi theo phương toạ độ y . Để giải phương trình trên có thể dùng các phương pháp gần đúng, phương pháp sai phân, phương pháp biến phân..v.v.

III. DÙNG PHƯƠNG PHÁP BIẾN PHÂN ĐỂ HỖ TRỢ GIẢI BÀI TOÁN VÒM - CÔNG XÔN TRUNG TÂM VÀ CÁC HẠN CHẾ TRƯỚC ĐÂY

Theo phương pháp biến phân ta xác định được các biểu thức biến phân khi cực tiểu thế năng hệ thống kết cấu. Hàm thế năng có thể viết ở dạng sau:

$$\Pi = - \int_0^H p(y)w(y)dy + \frac{1}{2} \int_0^H [EI(y)w''(y)]' w(y)dy + \frac{1}{2} \int_0^H K(y)w(y)^2 dy + \Pi_0 = 0 \quad (5)$$

H - chiều cao của Công xôn trung tâm.

Đối với các dạng tiếp giáp đập vòm với nền khác nhau ta có giá trị hàm thế Π_0 ban đầu khác nhau:

a) trường hợp tiếp giáp là ngàm cứng:

$$\Pi_0 = 0$$

b) ngàm đàn hồi:

$$\Pi_0 = \frac{1}{2}(M_0 \varphi_0 + Q_0 \Delta_0)$$

c) khớp quay:

$$\Pi_0 = M_{ms} w'_0(0)$$

d) khớp trượt:

$$\Pi_0 = Q_{ms} w(0)$$

Sử dụng phương pháp biến phân Reley –Ritz biểu thức tính độ võng của dầm có thể viết:

$$w(y) = \sum_{j=1}^n A_j \varphi_j(y) \quad (6)$$

Các giá trị A_j có thể tìm ra được từ điều kiện cực tiểu hàm thế năng (5) :

$$\frac{\partial \Pi}{\partial A_j} = 0 \quad (7)$$

Sử dụng hàm số uốn (6) và phương trình (5), biểu thức (7) có thể viết dưới dạng:

$$\left. \begin{aligned} A_1 a_{11} + A_2 a_{12} + \dots + A_j a_{1j} + \dots + A_n a_{1n} &= \overline{p_1} \\ A_1 a_{n1} + A_2 a_{n2} + \dots + A_j a_{nj} + \dots + A_n a_{nn} &= \overline{p_n} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Hay viết một cách khác:

$$[a_{ij}] \{A_j\} = \{\overline{p_j}\} \quad (10)$$

Đối với công xôn ngàm cứng ta có:

$$\left. \begin{aligned} a_{ij} &= \int_0^H [EI(y) \varphi''(y)] \varphi_j(y) dy + \int_0^H K(y) \varphi_j(y) \varphi_i(y) dy \\ \overline{p_i} &= \int_0^H p(y) \varphi_i(y) dy \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Các hàm $\varphi_i(y)$, biểu thị độ uốn công xôn, cần phải thể hiện được đặc trưng làm việc của kết cấu. Vì vậy khi lựa chọn số lượng hàm tiêu biểu cần phải hiểu được bản chất kết cấu công trình, thường chọn từ 2 đến 4 hàm.

Đối với đập vòm sơ đồ tính toán công xôn hợp lý nhất là theo sơ đồ dầm được tách ra từ bản. Và tiện lợi nhất là sử dụng hàm cơ bản dao động theo phương vuông góc của dầm (Vlasov V.Z [3]). Chú ý khi xem xét bài toán dao động tự do của dầm có trọng lượng một nhịp có chiều dài H từ phương trình vi phân:

$$\varphi^{IV} = \frac{\mu^4}{H^4} \varphi \quad (12)$$

(μ - là một thông số đặc trưng cho dao động riêng của dầm)

tích phân chung phương trình vi phân đồng nhất (12) có thể viết dưới dạng:

$$\varphi(y) = C_1 \sin \frac{\mu y}{H} + C_2 \cos \frac{\mu y}{H} + C_3 sh \frac{\mu y}{H} + C_4 ch \frac{\mu y}{H} \quad (13)$$

Từ điều kiện biên ở hai đầu công xôn ($y=0$ và $y=H$) mà ta suy ra được các giá trị C_i và μ , tức là phụ thuộc vào các điều kiện biên mà hàm $\varphi(y)$ có dạng này hay dạng khác. Đối với đập vòm được ngâm cứng với nền, có thể sử dụng lời giải của Vlasov V.Z [3]:

$$\varphi(0) = 0, \varphi'(0) = 0, \varphi''(H) = 0, \varphi'''(H) = 0$$

Từ đó ta tìm ra được hàm số $\varphi(y)$:

$$\varphi(y) = \sin \mu \frac{y}{H} - sh \mu \frac{y}{H} - \alpha (\cos \mu \frac{y}{h} - ch \mu \frac{y}{H}) \quad (14)$$

Với: $\alpha = \frac{\sin \mu + sh \mu}{\cos \mu + ch \mu}$

Và μ xác định từ điều kiện định thức hệ phương trình xác định C_i : $\cos \mu ch \mu = -1$, suy ra các nghiệm của μ là: $\mu_1=1.8751$; $\mu_2=4.6941$; $\mu_3=7.8548$; $\mu_4=10.9955$; khi $i>4$ thì $\mu_{i>4} = \frac{2i-1}{2} \pi$. Mỗi giá trị của μ_i ta có một hàm số $\varphi_i(y)$, thông thường để giải bài toán vòm công xôn trung tâm người ta lấy 2 giá trị. Sau khi có hàm $\varphi_i(y)$ ta thay vào (11) để tính toán các tích phân $a_{i,j}$ và $\overline{p_i}$, thay vào hệ phương trình (8) để giải ra các hệ số A_j , từ đó ta theo (6) ta xác định được hàm uốn $w(y)$, tức các giá trị độ võng của dầm tại các điểm có tọa độ y . Từ đây ta xác định được các nội lực tác dụng lên dầm và phân áp lực nước phân bố cho vòm, sau đó ta tính toán ứng suất trong dầm và nội lực vòm theo phương pháp vòm đơn thuần với áp lực nước đã trừ đi phần do công xôn chịu. Từ đó ứng suất đập vòm hoàn toàn được xác định.

Đối với đập vòm tiếp giáp với nền qua khớp quay, khớp trượt hay ngâm đàn hồi ta cũng có phương pháp giải tương tự như trên.

Điều khó khăn từ trước tới nay khi giải bài toán này là ở chỗ các hàm tích phân trong (11) không giải tích ra được, phải tính gần đúng và sử dụng hệ thống bảng biểu. Phương pháp tra bảng đã làm phức tạp hoá quá trình tính toán, tăng khối lượng tính toán, làm chậm quá trình tính toán và thiếu tính tự động trong tính toán, gây khó khăn cho việc tính

toán thiết kế lựa chọn kết cấu đập vòm giữa hàng ngàn phương án cấu tạo đập khác nhau. Vấn đề này đã hạn chế trong việc đưa ra phương án tối ưu khi lựa chọn hình dạng đập phù hợp với tuyến đập, đặc biệt khi tiêu chí đưa ra được kết hợp cả điều kiện ứng suất, điều kiện ổn định và kể cả phải giải bài toán ứng suất nhiệt đập vòm để xem xét ảnh hưởng của điều kiện nhiệt độ môi trường đến phương pháp thi công và ứng xử thân đập trong quá trình vận hành. Muốn giải quyết điều đó cần phải giải tích được các phương trình trong bài toán vòm - công xôn trung tâm khi sử dụng phương pháp biến phân, một bài toán thường hay sử dụng để phân tích ứng suất đập trong giai đoạn thiết kế sơ bộ đập vòm để định dạng kết cấu đập. Hiện nay có phần mềm Mathcad có thể giúp ta giải tích bài toán này trên môi trường của nó khi viết ra các công thức toán học theo ngôn ngữ thông thường.